新北市立新店高中 112 學年度第二學期高二人文商管數學 B 期末考試題卷

版本:龍騰版高二數 4B　　範圍:單元 3、6、7

一、多選題(每題 8 分，共 16 分，錯一個選項得 5 分，錯二個選項得 3 分，錯三個選項以上得 0 分):

1. 若 A、B、C、P 為二階方陣、I 為二階單位矩陣、O 為二階零矩陣，下列關於矩陣的運算何者正確?

(A)$A \neq O$、$B \neq O \Rightarrow AB \neq O$　　(B)$A^2 - I^2 = O \Rightarrow A = I \ or \ A = -I$

(C)若$AB = AC$且A^{-1}存在$\Rightarrow B=C$　　(D)$(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$

(E)若$PA = BP$且P^{-1}存在$\Rightarrow A^{10} = P^{-1}B^{10}P$

2. 下列關於黃金分割、黃金比例ϕ及黃金矩形的敘述何者正確？

(A)將一個線段分成大小不等的二段，若滿足$\frac{\text{較長段}}{\text{較短段}} = \frac{\text{全長}}{\text{較長段}}$的關係式，稱為黃金分割

(B)黃金比例ϕ滿足$\phi^2 + \phi - 1 = 0$

(C)黃金比例ϕ的近似值為 1.618

(D)黃金矩形為矩形的$\frac{\text{寬}}{\text{長}} = \phi$

(E)在黃金矩形中，剪去一個以寬為邊長的正方形之後，所剩餘的矩形仍為黃金矩形

二、填充題(共 54 分):

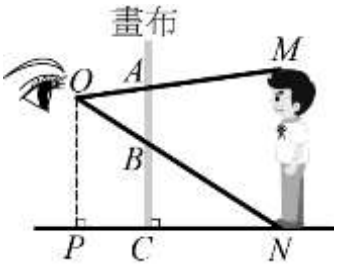
答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分數	8	15	21	27	32	37	41	45	49	52	54

1. 將一個七邊形 $ABCDEFG$，用影印機縮小為 70%，形成一個新的七邊形$A'B'C'D'E'F'G'$，試問新的七邊形$A'B'C'D'E'F'G'$面積為原七邊形 $ABCDEFG$ 面積的_____倍

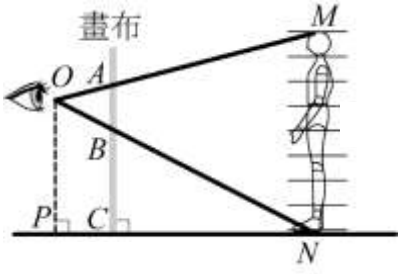
2.如右圖所示，已知眼睛的高度為 120 公分，物體的高度為 200 公分，畫家距離畫布 50 公分，畫布距離物體 200 公分，試求

(1)物體在畫布上的大小$\overline{AB}$為_____公分

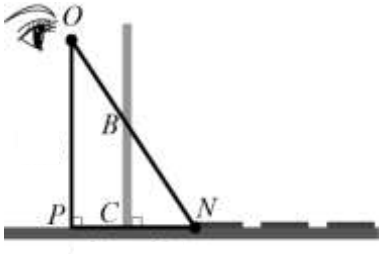
(2)此時點 A 距離地面的高度為_____公分



3.



圖(一)



圖(二)

(1)請利用上圖(一)回答下列問題，當模特兒向畫布方向靠近時，畫布上的物體大小會_____

(請填變大或變小)

(2)請利用上圖(二)回答下列問題，當看向愈遠的鐵軌時，視線與畫布的交點會愈來愈_____**(請填高或低)**。若看向無窮遠處時，視線會近似水平線，此時該條水平線與畫布的交點稱為_____

4.若矩陣A $=\begin{bmatrix}1 & a\\ -1 & 3\end{bmatrix}$ 、$B=\begin{bmatrix}b & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$且滿足$(A+B)^3=A^3+3A^2B+3AB^2+B^3$，試求數對$(a,\mathrm{b})$=_____

5.若原密碼$\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}$透過二階方陣 A 進行加密後，再加上矩陣 B=$\begin{bmatrix}a\\ b\end{bmatrix}$轉變成新密碼$\begin{bmatrix}x'\\ y'\end{bmatrix}$，其關係式如下:

$$\begin{bmatrix}x'\\ y'\end{bmatrix}=A\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}a\\ b\end{bmatrix}$$

已知原密碼$\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}$ 、$\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}$ 、$\begin{bmatrix}-2\\ -3\end{bmatrix}$會分別變成新密碼$\begin{bmatrix}x'\\ y'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\ -3\end{bmatrix}$ 、$\begin{bmatrix}-1\\ 0\end{bmatrix}$ 、$\begin{bmatrix}5\\ 7\end{bmatrix}$，

試求(1)矩陣 B= _____ (2)矩陣 A= _____

6.已知點$\mathrm{P}(x,y)$透過線性變換矩陣 A 對應到點$P'(x',y')$，且滿足$P'(x',y')=(5x+8y,2x+3y)$，試求

(1)線性變換矩陣 A= _____

(2)若已知點$\mathrm{Q}(x,y)$透過線性變換矩陣 A 對應到點$Q'(7,2)$，試求點 Q 的坐標為_____

三、計算題(共 30 分):

1. 若二階方陣A $=\begin{bmatrix}4 & -1\\ 1 & 2\end{bmatrix}$ 、B $=\begin{bmatrix}0 & 2\\ -1 & -1\end{bmatrix}$ 、C $=\begin{bmatrix}0 & 2\\ 4 & 3\end{bmatrix}$，且滿足 AX+B=2X+C，求矩陣 X=? (7 分)

2. 若二階方陣A $=\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 3 & -1\end{bmatrix}$且滿足$A^2=aA+bI$，其中 I 為二階單位方陣，試求

(1)數對$(a,\mathrm{b})=$? (4 分)

(2)請利用(1)的結果，化簡$4A^5-36A^3+42A^2+A-13I=$? (9 分)

3. 若二階方陣A $=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 2 & -1\end{bmatrix}=-I+B$，其中 I 為二階單位方陣，試求

(1)矩陣B及矩陣$B^2=$? (4 分)

(2)請利用A $=-I+B$及(1)的結果，計算$A^{100}=$? (6 分)

新北市立新店高中 112 學年度第二學期高二人文商管數學 B 期末考答案卷

版本:龍騰版高二數 4B　　範圍:單元 3、6、7

班級　　座號　　姓名

一、多選題(每題 8 分，共 16 分，錯一個選項得 5 分，錯二個選項得 3 分，錯三個選項以上得 0 分):

1.		2.	

二、填充題(共 54 分):

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分數	8	15	21	27	32	37	41	45	49	52	54

1		2(1)		2(2)	
3(1)		3(2)	_____、_____		
4		5(1)		5(2)	
6(1)		6(2)			

三、計算題(共 30 分):　書寫時，請標明題號，且須有詳細過程，否則不給分

新北市立新店高中 112 學年度第二學期高二人文商管數學 B 期末考答案卷

版本:龍騰版高二數 4B　　範圍:單元 3、6、7

班級　　座號　　姓名

一、多選題(每題 8 分，共 16 分，錯一個選項得 5 分，錯二個選項得 3 分，錯三個選項以上得 0 分):

1.	CE	2.	CE

二、填充題(共 54 分):

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分數	8	15	21	27	32	37	41	45	49	52	54

1	0.49	2(1)	40	2(2)	136
3(1)	變大	3(2)	高、消失點		
4	(-1,2)	5(1)	$\begin{bmatrix}2\\-3\end{bmatrix}$	5(2)	$\begin{bmatrix}-6 & 3\\19 & -16\end{bmatrix}$
6(1)	$\begin{bmatrix}5 & 8\\2 & 3\end{bmatrix}$	6(2)	(-5,4)		

三、計算題(共 30 分): 書寫時，請標明題號，且須有詳細過程，否則不給分

1. $X=\begin{bmatrix}5 & 4\\10 & 8\end{bmatrix}$

2.(1)(-2,5)　(2) $\begin{bmatrix}0 & -6\\-9 & 0\end{bmatrix}$

3.(1) $B=\begin{bmatrix}0 & 0\\2 & 0\end{bmatrix}$、$B^2=\begin{bmatrix}0 & 0\\0 & 0\end{bmatrix}$

(2) $A^{100}=\begin{bmatrix}1 & 0\\-200 & 1\end{bmatrix}$