版本：龍騰數學(4A) ch8 ~ ch10　　二年 ____ 班 ____ 號　姓名 _____

一、多選題：每題 5 分，共 25 分 (錯 1 個選項得 3 分，錯 2 個得 1 分，錯 3 個以上得 0 分)

1(　　) 設$\mathrm{A}=\left[a_{ij}\right]_{3\times4}$滿足 $a_{ij}=\begin{cases}1 & ,i>j\\ i+j & ,i\le j\end{cases}$，選出正確的選項：

(A) 矩陣A為 3 行 4 列　(B) 若AB和BA都存在，則矩陣B為 4 行 3 列　(C) $a_{22}=4$　(D) $a_{32}=1$

(E) 若$\mathrm{X}+\mathrm{A}=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{bmatrix}$，則$\mathrm{X}$的第一行和第三列交叉的位置數字為$-4$

2(　　) 已知$\mathrm{A},\mathrm{B},\mathrm{C}$皆為二階方陣，試選出正確的選項：

(A) 若$\det\mathrm{A}\neq0$且$\mathrm{AB}=\mathrm{AC}$，則$\mathrm{B}=\mathrm{C}$　(B) 若$\det\mathrm{A}=3$，則$\det2\mathrm{A}=6$

(C) 若$A^2=B^2$，則$\mathrm{A}=\mathrm{B}$或$\mathrm{A}=-\mathrm{B}$　(D) 若A是一個二階轉移矩陣，則A^{-1}必存在

(E) 若$(\mathrm{A}+\mathrm{B})^2=A^2+2AB+B^2$，則$AB=BA$

3(　　) 試選出正確的選項：

(A) 以直線$\mathrm{y}=-\mathrm{x}$為對稱軸的鏡射矩陣為$\begin{bmatrix}0&-1\\1&0\end{bmatrix}$

(B) 若二階矩陣A為鏡射矩陣，則$A^3=A$

(C) 若二階矩陣$\mathrm{A}=\begin{bmatrix}a&c\\b&d\end{bmatrix}$將$\mathrm{P}(\mathrm{x},\mathrm{y})$點變換為$(3\mathrm{x}+4\mathrm{y},-\mathrm{x}+\mathrm{y})$，則$(a,\mathrm{b},\mathrm{c},\mathrm{d})=(3,4,-1,1)$

(D) $\begin{bmatrix}\cos20°&\sin20°\\\sin20°&-\cos20°\end{bmatrix}^6=\begin{bmatrix}\cos120°&\sin120°\\\sin120°&-\cos120°\end{bmatrix}$

(E) 三角形經方陣$\begin{bmatrix}-3&2\\-4&3\end{bmatrix}$線性變換後仍為三角形，且面積保持不變

4(　　)已知A和B皆為二階方陣，$I_2=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$，$\mathrm{A}+\mathrm{B}=-I_2$且$\mathrm{AB}=\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}$，選出正確的選項：

(A) $\mathrm{A}=\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}$或$\mathrm{B}=\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}$　(B) $A^2=-\mathrm{A}$　(C) $\mathrm{BA}=\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}$

(D) $A^3+B^3=-I_2$　(E) $A^{12}+B^{12}=-I_2$

5(　　)已知聯立方程式$\begin{cases}x+y+z=3\\2x+7y+3z=4\\3x-2y+az=b\end{cases}$，則下列哪些選項正確？

(A) 若聯立方程式有無窮多組解，則$a=2$　(B) 若$a\neq2$，則聯立方程式無解

(C) 若$a=16$，則聯立方程式有解　(D) 若$b=11$，則聯立方程式有解

(E) 若$b\neq11$，則聯立方程式無解

二、填充題：共 75 分(按照下表計分)

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**
10	**20**	**29**	**37**	**44**	**50**	**55**	**59**	**62**	**64**	**66**	**68**	**70**	**71**	**72**	**73**	**74**	**75**

1. 某生利用高斯消去法解聯立方程式，步驟如下：

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & \boldsymbol{a} & -4 \\ 1 & 1 & 2 & * \\ 3 & 5 & 9 & * \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & * & 1 & -4 \\ 3 & 5 & * & 8 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & \boldsymbol{b} & -3 & -6 \\ 0 & 2 & 3 & \boldsymbol{c} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & * \\ 0 & 2 & 3 & * \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & * \\ 0 & 0 & 1 & * \end{bmatrix}$$

而聯立方程式的解為$(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z})$，則數對$(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \boldsymbol{x}) =$ _____

2. 已知聯立方程式$\begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ 2x + 5y - 2z = 5 \\ x + 4y - 7z = 1 \end{cases}$

(1) 選出聯立方程式代表的平面關係為_____**(請填代號)**

A.三平面平行	B.二平面平行且與第三平面分別交於一直線	C.三平面恰交於一點	D.三平面兩兩不重合且相交於一直線	E.三平面兩兩交於一直線但沒有共同交點

(2) 聯立方程式的解為_____**(若恰有一解或無限多解則需要完整寫出解的答案)**

3. 設$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$，求 $2A^4 + A^{10} =$ _____

4. 在坐標平面上，已知方陣$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a & 3 \end{bmatrix}$ 將直線 $\mathrm{L}: 3\mathrm{x} - 2\mathrm{y} = 1$變換到一條斜率為 $\frac{1}{2}$ 的直線，則實數 a的值為_____

5. 已知二階方陣$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} x & y \\ w & z \end{bmatrix}$ 滿足 $\mathrm{A}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 3 \end{bmatrix}$，$\mathrm{A}\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ 4 \end{bmatrix}$，$\mathrm{I}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$。

(1) $\mathrm{A} =$ _____

(2) 已知$\mathrm{A}^2 = \mathrm{rA} + \mathrm{sI}_2$ ，則$(\mathrm{r}, \mathrm{s}) =$_____

(3) 利用(2)來化簡$\mathrm{A}^4 - 6\mathrm{A}^3 + 2\mathrm{A}^2 - 19\mathrm{A} - \mathrm{I}_2 =$_____

6. 已知直角三角形OAB中，O為原點，而頂點A坐標為$(3,1)$，且$\angle OAB = 90°$，$\overline{OB}:\overline{OA} = 3:1$，

頂點 B 位在x 軸上方，求頂點 B 的坐標為_____

7. 坐標平面上一點$P(8,-1)$，若沿 x 軸方向推移 y 坐標的 3 倍，再對直線 $y = -2x$ 作鏡射，

則對應點 P' 的坐標為_____

8. 設n為正整數，矩陣$A = \begin{bmatrix} cos15° & sin15° \\ -sin15° & cos15° \end{bmatrix}\begin{bmatrix} cos60° & -sin60° \\ sin60° & cos60° \end{bmatrix}$。

求使得$A^n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 的最小正整數n的值為_____

9. 有甲、乙兩支瓶子，分別裝有 160 毫升與 110 毫升的水。每一輪操作如下：先將甲瓶的水倒出一半到乙瓶；

再將乙瓶的水倒出一半回甲瓶。設 n 輪操作後，甲、乙兩瓶分別有 a_n 與 b_n 毫升的水，試求

(1) 已知 $a_2 = ma_1 + nb_1$ ，求 $(m,n) =$_____

(2) 已知重複持續操作下去甲、乙兩瓶的水量會趨近穩定狀態，求在穩定狀態時甲瓶的水量為_____毫升

10. 已知二階方陣$A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ ， $P = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$，二階方陣B滿足$AP = PB$ 。試求：

(1) $P^{-1} =$ _____ (2) $B =$_____ (3) $A^n = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$，則 $b =$_____**(以n表示)**

11. 設矩陣$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$，$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$。已知 $\left(\frac{A}{2}\right)^2 = rA$，$\left(3I - \frac{A}{2}\right)^4 = aI + bA$，試求：

(1) $(r, a) =$_____ (2) $b =$_____

新北市立新店高中 112 學年度第二學期第三次期中考　二年級數學 A 答案卷

版本：龍騰數學(4A)　ch8~ ch10　　二年 ____ 班 ____ 號　姓名_____

請用黑色原子筆作答，所有答案均需化簡至最簡形式

一、　多選題：每題 5 分，共 25 分

(錯 1 個選項得 3 分，錯 2 個得 1 分，錯 3 個以上得 0 分)

1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**

二、填充題：共 75 分

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**
10	**20**	**29**	**37**	**44**	**50**	**55**	**59**	**62**	**64**	**66**	**68**	**70**	**71**	**72**	**73**	**74**	**75**

1(1) (　　,　　,　　,　　)	**2(1)**	**2(2)**	**3.** [　　]
4.	**5(1)** [　　]	**5(2)** (　　,　　)	**5(3)** [　　]
6. (　　,　　)	**7.** (　　,　　)	**8.**	**9(1)** (　　,　　)
9(2) 毫升	**10(1)** [　　]	**10(2)** [　　]	**10(3)** 以 **n** 表示
11(1) (　　,　　)	**11(2)**		