# 新北市立新店高中 112 學年度第二學期第二次期中考高一數學科試題卷

## 版本及範圍：泰宇版第二冊第二章＆第四章＆3－1　　(第一頁／共三頁)

## 一、多選題：(每題 5 分，共 25 分)

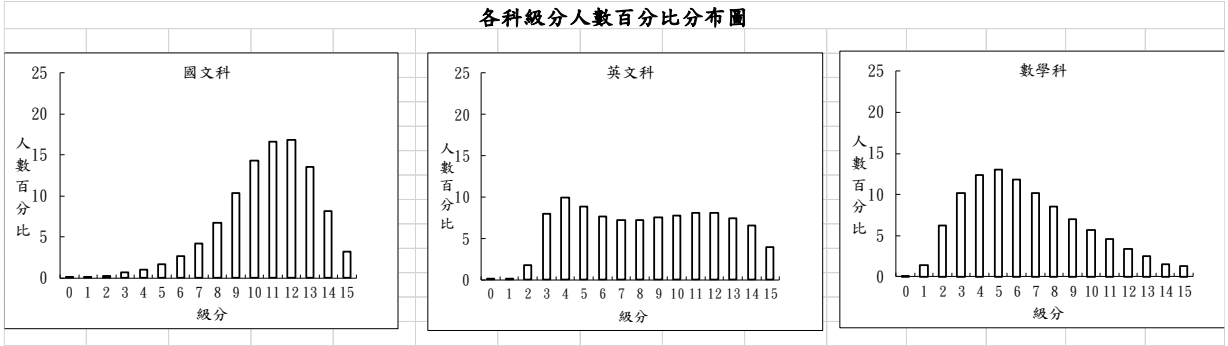
1、烏野高中 118 班第一次期中考數學平均 35 分、標準差 15 分；英文平均 43 分、標準差 7 分。已知數學和英文成績的相關係數為 0.55。今學校調整分數，將數學分數每人乘以 1.2 再加上 8 分、英文成績每人加 10 分，且加分後每個人的分數皆不超過 100 分，下列敘述何者正確？
(1)調整後數學的標準差為 26 分；
(2)調整後數學和英文成績的相關係數為 0.66；
(3)調整前與調整後數學成績的相關係數為 1.2；
(4)調整前與調整後英文成績的迴歸直線斜率為 1；
(5)已知影山在調分前數學考 53 分，則影山數學原始成績的標準化分數為 1.2。

2、以下是 110 學年度學測級分人數百分比累計表及級分人數百分比分布圖：

**各科級分人數百分比累計表**

| 級分 | 國文 | | | | 英文 | | | | 數學 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 人數 | 百分比 | 累積人數 | 累積百分比 | 人數 | 百分比 | 累積人數 | 累積百分比 | 人數 | 百分比 | 累積人數 | 累積百分比 |
| 15 | 4,064 | 3.22 | 126,287 | 100.00 | 4,895 | 3.89 | 125,995 | 100.00 | 1,558 | 1.26 | 123,786 | 100.00 |
| 14 | 10,241 | 8.11 | 122,223 | 96.78 | 8,232 | 6.53 | 121,100 | 96.11 | 1,942 | 1.57 | 122,228 | 98.74 |
| 13 | 17,091 | 13.53 | 111,982 | 88.67 | 9,309 | 7.39 | 112,868 | 89.58 | 3,110 | 2.51 | 120,286 | 97.17 |
| 12 | 21,250 | 16.83 | 94,891 | 75.14 | 10,199 | 8.09 | 103,559 | 82.19 | 4,225 | 3.41 | 117,176 | 94.66 |
| 11 | 21,015 | 16.64 | 73,641 | 58.31 | 10,234 | 8.12 | 93,360 | 74.10 | 5,662 | 4.57 | 112,951 | 91.25 |
| 10 | 18,078 | 14.32 | 52,626 | 41.67 | 9,804 | 7.78 | 83,126 | 65.98 | 7,071 | 5.71 | 107,289 | 86.67 |
| 9 | 13,073 | 10.35 | 34,548 | 27.36 | 9,485 | 7.53 | 73,322 | 58.19 | 8,730 | 7.05 | 100,218 | 80.96 |
| 8 | 8,428 | 6.67 | 21,475 | 17.00 | 9,116 | 7.24 | 63,837 | 50.67 | 10,626 | 8.58 | 91,488 | 73.91 |
| 7 | 5,248 | 4.16 | 13,047 | 10.33 | 9,084 | 7.21 | 54,721 | 43.43 | 12,580 | 10.16 | 80,862 | 65.32 |
| 6 | 3,279 | 2.60 | 7,799 | 6.18 | 9,654 | 7.66 | 45,637 | 36.22 | 14,702 | 11.88 | 68,282 | 55.16 |
| 5 | 2,110 | 1.67 | 4,520 | 3.58 | 11,143 | 8.84 | 35,983 | 28.56 | 16,149 | 13.05 | 53,580 | 43.28 |
| 4 | 1,269 | 1.00 | 2,410 | 1.91 | 12,489 | 9.91 | 24,840 | 19.72 | 15,354 | 12.40 | 37,431 | 30.24 |
| 3 | 878 | 0.70 | 1,141 | 0.90 | 10,061 | 7.99 | 12,351 | 9.80 | 12,551 | 10.14 | 22,077 | 17.83 |
| 2 | 247 | 0.20 | 263 | 0.21 | 2,214 | 1.76 | 2,290 | 1.82 | 7,724 | 6.24 | 9,526 | 7.70 |
| 1 | 8 | 0.01 | 16 | 0.01 | 66 | 0.05 | 76 | 0.06 | 1,758 | 1.42 | 1,802 | 1.46 |
| 0 | 8 | 0.01 | 8 | 0.01 | 10 | 0.01 | 10 | 0.01 | 44 | 0.04 | 44 | 0.04 |

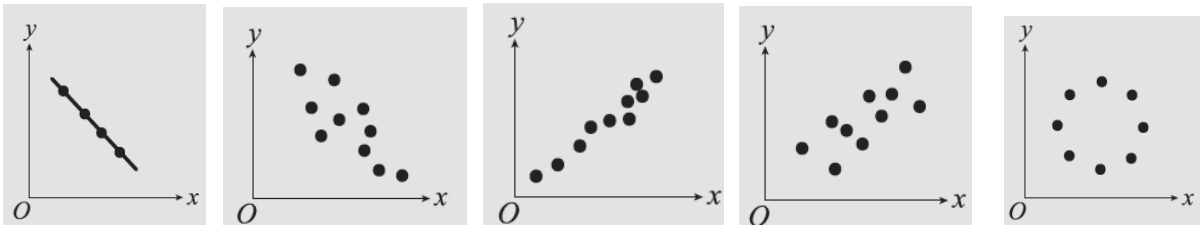
**各科級分人數百分比分布圖**




根據上述統計圖表，下列哪些敘述正確？
(1)已知頂標為成績位於第 88 百分位數之考生等級，則國英數三科中，數學科頂標最低；
(2)已知前標為成績位於第 75 百分位數之考生等級，則國文科前標比英文科前標高；
(3)國文、英文、數學三個科目級分中，英文科的標準差最大；
(4)已知秉謙的數學考 11 級分，則他的原始成績至少考得比 90%的人還高分；
(5)若秉謙的國文和英文都是 10 級分，則他的國文科的表現比英文好。

**※背面尚有試題※**

3、下面有五個散布圖，$x$ 與 $y$ 的相關係數由左至右依序為 $r_1$、$r_2$、$r_3$、$r_4$、$r_5$，則下列選項哪些正確？




$r_1$ $r_2$ $r_3$ $r_4$ $r_5$

(1) $r_1=1$； (2) $r_3>r_4>0$； (3) $r_1$ 最大； (4) $r_2$ 最小； (5) $r_5=0$。

4、下列哪些數列為等比數列？

(1) $a_n=3\times(\frac{-3}{5})^{n-1}$； (2) $\begin{cases}a_1=0\\ a_n=\frac{1}{4}a_{n-1},n\geq 2\end{cases}$； (3) $\begin{cases}a_1=1\\ a_n=2^{n-1}\times a_{n-1},n\geq 2\end{cases}$；

(4) $\begin{cases}a_1=5\\ a_n=na_{n-1},n\geq 2\end{cases}$； (5) $\begin{cases}a_1=2\\ \frac{a_n}{a_{n-1}}=3,n\geq 2\end{cases}$。

5、已知數列$<a_n>$前 $n$ 項的和 $S_n=a_1+a_2+\ldots+a_n=n^2+n+1$，則下列何者正確？
(1) $a_5=31$； (2) $a_n=2n$； (3) $a_1=3$； (4) $a_{2024}=4048$； (5)此數列為公差 2 的等差數列。

**答案：(1) 45 (2) 13 (3) 25 (4) 15 (5) 34**

## 二、填充題：(每格 6 分，共 48 分)

A、已知一等差數列前 10 項和為 120、前 20 項和為 100，則前 30 項和為⑥⑦⑧。**－60**

B、已知一等比數列，首項為 5、末項為 1280，其和為 1705，則此等比數列共有⑨項。 **5**

C、竟洋在玩彈跳球，將球自離地面 180 公分高處往地面垂直落下，彈跳球每次反彈高度為其上次落下高度的$\frac{1}{3}$，竟洋在第 4 次反彈時的最高處接住球，則此球自落下到最後被接住時所經過的距離為$\frac{⑩⑪⑫⑬}{⑭}$公分。 **3200/9**

D、級數 1＋2＋2＋3＋3＋3＋4＋4＋4＋4＋…，依 1 個 1、2 個 2、3 個 3、4 個 4、…的規則，加至第 100 項之總和為⑮⑯⑰。 **945**

E、有一數列＜$a_n$＞的遞迴關係式為：$\begin{cases} a_1=1 \\ a_n=a_{n-1}+n^3, n\geq 2 \end{cases}$，求 $a_{20}$＝⑱⑲⑳㉑㉒。 **44100**

F、痞的老師參加銀行儲蓄存款，自民國 113 年 1 月 1 日開始，每月月初存入 10000 元，已知年利率為 1.2%，1 個月為 1 期複利計算，則等到 113 年 12 月 31 日時(即一年後)，痞的老師可以得到本利和共㉓㉔㉕㉖㉗㉘元。(四捨五入取至整數，參考數據：$1.012^{12}\approx 1.154$、$1.001^{12}\approx 1.012$)
**120120**

G、宇澤參加歌唱比賽，6 位評審評分如下：86、87、89、83、87、84，則 6 位評審給的分數的標準差為㉙分。 **2**

H、已知 107 班 36 位同學中，有 19 人討厭國文、有 23 人討厭數學，兩科都討厭的，最多有 $a$ 人、最少有 $b$ 人，則 $a-b$＝㉚㉛。 **13**

## 三、計算與證明題：(共兩題，請將答案寫在答案卷上，合計 27 分)

1、設數列＜$a_n$＞的遞迴關係式為 $\begin{cases} a_1=1 \\ a_n=\dfrac{a_{n-1}}{2a_{n-1}+1}, n\geq 2 \end{cases}$，則：

(1)請求出 $a_2$、$a_3$、$a_4$ 之值；[6 分]
(2)請推測一般項 $a_n$(以 $n$ 表之)；[1 分]
(3)使用數學歸納法驗證你的推測。[7 分]

2、下面是簫格、俊宥、鎮睿、亨齊、宗翰開學後第一次數學週考成績及週考前一天做了多少小時練習的數據：

| | 簫格 | 俊宥 | 鎮睿 | 亨齊 | 宗翰 |
|---|---|---|---|---|---|
| 練習時間 $X$(小時) | 2 | 4 | 5 | 6 | 8 |
| 週考分數 $Y$(分) | 35 | 75 | 55 | 65 | 95 |

試利用答案卷上的表格求出：
(1)五位同學練習時間($X$)與週考分數($Y$)的相關係數(請要有完整的過程，否則不予計分)；[9 分]
(2)週考分數($Y$)對練習時間($X$)的迴歸直線(請整理成 $y=ax+b$ 的形式)；[2 分]
(3)若柏甯考試當天早上睡過頭沒趕上考試，但已知她前一天做了 7 個小時的練習，如果她有來考，請利用迴歸直線預測她可能拿到幾分？[2 分]

# 新北市立新店高中 112 學年度第二學期第二次期中考高一數學科答案卷

版本及範圍：泰宇版第二冊第二章＆第四章＆3－1　　(第一頁／共二頁)

一年_____班　_____號 姓名：_____

1 (1) 【共 6 分，$a_2$、$a_3$、$a_4$ 各 2 分，請寫出計算過程】

$a_2=\frac{a_1}{2\times a_1+1}=\frac{1}{2\times 1+1}=\frac{1}{3}$、$a_3=\frac{a_2}{2\times a_2+1}=\frac{\frac{1}{3}}{2\times\frac{1}{3}+1}=\frac{1}{2+3}=\frac{1}{5}$

$a_4=\frac{a_3}{2\times a_3+1}=\frac{\frac{1}{5}}{2\times\frac{1}{5}+1}=\frac{1}{2+5}=\frac{1}{7}$

**(本小題評分標準：每個答案均過程 1 分、答案 1 分，只有答案沒有過程不給分！)**

1(2)猜測一般項 $a_n=\frac{1}{2n-1}$　　【1 分】

1(3)【7 分】

1.當 $n=1$ 時，$a_1=\frac{1}{2\times 1-1}=\frac{1}{1}=1$，原式成立

**【1 分，但如果在 $n=1$ 前面寫了「令」或「設」等假設語氣，這 1 分不給！】**

2.令 $n=k$ 時成立，即 $a_k=\frac{1}{2\times k-1}$　**【1 分，沒寫「令」或「設」…等，後面全不給分！】**

則 $n=k+1$ 時

$a_{k+1}=\frac{a_k}{2\times a_k+1}=\frac{\frac{1}{2k-1}}{2\times\frac{1}{2k-1}+1}=\frac{1}{2\times 1+(2k-1)}=\frac{1}{2+2k-1}=\frac{1}{2(k+1)-1}$ 也成立　**【共 4 分】**

**↑1 分　　↑1 分　　(化簡過程給 2 分)**

故由數學歸納法知，對於所有的正整數 $n$，$a_n=\frac{1}{2n-1}$ 恆成立 **【1 分】**

# 新北市立新店高中 112 學年度第二學期第二次期中考高一數學科答案卷



一年_____班　_____號 姓名：_____

2(1) 【共 9 分，請利用下面表格求出相關係數】

| | $x_i$ | $y_i$ | $x_i-\mu_x$ | $y_i-\mu_y$ | $(x_i-\mu_x)^2$ | $(y_i-\mu_y)^2$ | $(x_i-\mu_x)(y_i-\mu_y)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2 | 35 | $-3$ | $-30$ | 9 | 900 | 90 |
| | 4 | 75 | $-1$ | 10 | 1 | 100 | $-10$ |
| | 5 | 55 | 0 | $-10$ | 0 | 100 | 0 |
| | 6 | 65 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| | 8 | 95 | 3 | 30 | 9 | 900 | 90 |
| 和 | 25 | 325 | | | 20 | 2000 | 170 |

$\mu_x=5$、$\mu_y=65$

**【給分方式：平均數各 1 分，表格中，除了 $x_i$、$y_i$外每 1 行全對給 1 分、共 7 分】**

$$r_{xy}=\frac{170}{\sqrt{20}\times\sqrt{2000}}=\frac{170}{200}=\frac{17}{20}=0.85$$

**【給分方式：過程 1 分，答案 1 分，只有答案沒有過程不給分！】**

2(2) 【2 分，請勿直接寫出答案！】

斜率 $m=\frac{170}{20}$，$y=\frac{17}{2}x+\frac{45}{2}$

**【給分方式：過程中有寫出斜率得 1 分，答案 1 分，答案要整理成 $y=ax+b$ 才給分！】**

2(3) 【2 分，請勿直接寫出答案！】

$x=7$ 代入：$y=\frac{17}{2}\times7+\frac{45}{2}=\frac{119+45}{2}=\frac{164}{2}=82$ (分)

**【給分方式：過程 1 分，答案 1 分，只有答案沒有過程不給分！】**