# 新北市立新店高中 110 學年度第二學期期末考高二數學 B 試題卷

**版本及範圍：龍騰版數學 4B 單元 6～單元 8** 

## 一、多重選擇題 (每題7分，共21分，注意：每題均至少有一個正確選項)

1、若矩陣 $A=\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \\ j & k & l \end{bmatrix}$，其中 $a_{ij}$ 為各位置的元且 $a_{ij}=2i-3j$，下列敘述何者正確？

(A)矩陣 $A$ 為 3x4 階矩陣； (B) $a=-1$； (C) $a, d, g, j$ 為等差數列，且公差$=-3$；
(D) $l=-1$； (E)矩陣 $A$ 所有元的和為 0。

2、已知 $A=[a_{ij}]_{3\times2}$ 為 3x2 階矩陣、$B=[b_{ij}]_{3\times3}$ 為 3x3 階方陣、$C=[c_{ij}]_{3\times2}$ 為 3x2 階矩陣，下列各式何者有意義？ (A) $A+B$； (B) $A-C$； (C) $AB$； (D) $CA$； (E) $B(A+C)$。

3、已知 $A$、$B$ 均為二階方陣，$I=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$、$O=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$，下列敘述何者正確？

(A)若 $A^2=I$，則 $A=I$ 或 $A=-I$； (B)若 $A=O$ 或 $B=O$，則 $AB=O$；
(C)若 $C\neq O$，且 $AC=BC$，則 $A=B$； (D)若 $A\neq O$，則反方陣 $A^{-1}$ 必存在；
(E)若 $A^{-1}$、$B^{-1}$ 均存在，則$(AB)^{-1}=A^{-1}B^{-1}$。

4、若矩陣 $A$、$B$ 滿足 $A+B=\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$、$A-B=\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$，則：

(A) $A=\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$； (B) $B=\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$； (C) $3A-B=\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}+2\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 8 & 10 \end{bmatrix}$；
(D) $B^{-1}=\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$； (E) $A^2-B^2=\begin{bmatrix} 11 & 9 \\ 16 & 8 \end{bmatrix}$。

5、設矩陣 $A=\begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix}$、$B=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$、$I=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$，選出正確的選項：

(A) $AB=BA$； (B) $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$； (C) $A^3=-8I$； (D) $B^2=I$； (E) $(BAB)^3=-8I$。

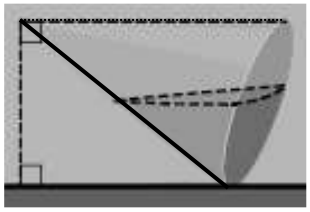
6、空間中一直圓錐面以直線 $L$ 為軸，頂點為 $V$。若平面 $E$ 與直圓錐面的截痕為一橢圓，令橢圓中心為 $O$，且橢圓上距離頂點 $V$ 最近的點為 $A$、最遠的點為 $B$，選出正確的選項：

(A)平面 $E$ 必不會通過 $V$ 點； (B)軸 $L$ 通過點 $O$； (C)$\overline{VO}$ 為$\angle AVB$ 的角平分線；
(D)若 $\overline{VA}=3$、$\overline{VB}=5$ 且長軸長 $\overline{AB}=7$，則橢圓的軸與其中一條母線的夾角為 120°；
(E)承(D)，則此時 $\overline{VO}$ 的長度為 $\frac{\sqrt{19}}{2}$。

# 新北市立新店高中 110 學年度第二學期期末考高二數學 B 試題卷



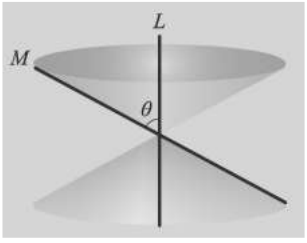
## 二、配合題(每題 3 分，共 18 分)：試以代號回答下列題的圓錐截痕。



圖(一)



圖(二)




圖(三)

7、圖(一)中，一個密閉圓錐容器裝有少於一半的水，且將容器傾斜使得容器的上緣與桌面平行，請問水面的截痕為哪一個圓錐曲線；

8、圖(二)中，有三個聚光燈掛在天花板上，每個聚光燈的燈罩均為直圓錐狀，並調整成不同的照射角度，假設最左邊那盞聚光燈會照到垂直天花板的牆面上，則照亮區域邊界是何種圓錐曲線？

9、承上題，若最右邊那盞聚光燈會照到垂直天花板的牆面上，則照亮區域邊界又是何種圓錐曲線？

10、承第 8 題，中間那盞聚光燈在平行天花板的地板上照亮區域邊界又是何種圓錐曲線？

11、圖(三)中，直圓錐面的軸為 $L$，其中一條母線為 $M$，且 $L$ 與 $M$ 的銳夾角為 $\theta$。若平面 $E$ 不通過直圓錐面頂點且與母線 $M$ 垂直，當 $\theta=30°$時，平面 $E$ 與直線錐面的截痕為何種圖形？

12、承上題，若改成 $\theta=60°$時，平面 $E$ 與直線錐面的截痕會變成何種圖形？

## 三、填充題(每格 5 分，共 40 分)

13、坐標空間中一直圓錐面，頂點 $V$ 為原點(0, 0, 0)，軸為 $z$ 軸。今平面 $E$ 與直圓錐面的截痕為一圓，其圓心為(0, 0 ,3)、半徑為 5。已知 $P$ 為圓上任意一點，求 $\overline{PV}$ 的長度。

14、已知兩矩陣 $A=\begin{bmatrix} x+2y & 3x-5y \\ y-z & 4y-z \end{bmatrix}$、$B=\begin{bmatrix} 10 & 8 \\ -7 & -1 \end{bmatrix}$且 $A=B$，求 $x$、$y$、$z$。

15、已知二階方陣$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$的反方陣為$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$，則聯立方程式$\begin{cases} ax+by=4 \\ cx+dy=-2 \end{cases}$的解。

16、利用矩陣乘法將英文字母編號，規定 $a, b, c,\ldots, y, z$ 分別以$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix},\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix},\ldots,\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix},\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$表示，再把所得的矩陣依序排列，例如將單字「$dog$」編碼成為矩陣$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 4 & 5 & 7 \end{bmatrix}$。小茹與婷婷為了保密約定，將欲傳送的單字先編成矩陣 $X$，另選取一個二階方陣 $A=\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$，再將 $AX$ 的結果傳給對方。若小茹收到婷婷傳來的矩陣為$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 10 & 6 & 6 & 18 & 14 & 20 & 10 \end{bmatrix}$，其代表的單字為何？

# 新北市立新店高中 **110** 學年度第二學期期末考高二數學 **B** 試題卷

**版本及範圍：龍騰版數學 4B 單元 6～單元 8** **(第三頁／共三頁)**

17、已知點 $P(2, 8)$與 $Q(-1, 4)$經過二階方陣 $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$作線性變換後所對應的點分別為 $P'(1, 0)$與 $Q'(0, 1)$，求 $A$ 的反方陣。

18、已知矩陣 $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$且 $I=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$，若 $A=I+B$，求出下列各矩陣：

(1) $B$； (2) $B^2$； (3) $A^{10}$。

## ☆☆☆答案欄☆☆☆

二年＿＿＿班 ＿＿＿＿號 姓名：＿＿＿＿＿＿＿＿

### 一、多重選擇題(每題 7 分，共 42 分)

※註：錯一個選項得 4 分、錯兩個選項得 1 分，錯三個以上選項或未作答者得 0 分。

| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

### 二、配合題(每題 3 分，共 18 分)

※註：只要填入答案的代號即可(A：圓、B：橢圓、C：拋物線、D：雙曲線)

| **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

### 三、填充題(每格 5 分，共 40 分)

※註：答案要全對才給分！

| **13** | **14** $x=$ 、$y=$ 、$z=$ | **15** $x=$ 、$y=$ | **16** |
|---|---|---|---|

| **17** | **18(1)** | **18(2)** | **18(3)** |
|---|---|---|---|
| | | | |

## 一、多重選擇題(每題 7 分，共 42 分)

※註：錯一個選項得 4 分、錯兩個選項得 1 分，錯三個以上選項或未作答者得 0 分。

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| BD | BE | B | BC | ABC | AE |

## 二、配合題(每題 3 分，共 18 分)

※註：只要填入答案的代號即可(A：圓、B：橢圓、C：拋物線、D：雙曲線)

| 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|
| C | D | B | B | B | D |

## 三、填充題(每格 5 分，共 40 分)

※註：答案要全對才給分！

| 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|
| $\sqrt{34}$ | $x=6, y=2, z=9$ | $x=-4, y=4$ | ellipse |

| 17 | 18(1) | 18(2) | 18(3) |
|---|---|---|---|
| $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 1 & 20 & 210 \\ 0 & 1 & 20 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ |