**龍騰版　範圍:數 4B 單元 1~3**　　**班級:_____姓名: _____座號: _____**

一、單一選擇題(每題 10 分,共 20 分)

1. (　　)下列各比值，何者最接近黃金比例 $\phi \approx 1.618$ ？

(A) $\frac{3}{2}$　(B) $\frac{5}{3}$　(C) $\frac{8}{5}$　(D) $\frac{13}{8}$ 。

2. (　　)在一場游泳比賽中，觀眾小明坐在觀眾席上欣賞他所支持的選手甲的比賽過程，若將整個比賽場館坐標化，讓小明所坐的位置在 $(50,-30,40)$ ，而甲將從起點 $(0,0,0)$ 游至終點 $(100,0,0)$ ，試問：在甲的游泳過程中，甲與小明的最近距離為多少？

(A) 50　(B) $50\sqrt{2}$　(C) $10\sqrt{14}$　(D) 100。

二、多重選擇題(每題至少有一個正確的選項。每題 10 分,錯一個選項得 6 分, 錯兩個選項得 2 分, 其餘得 0 分,共 10 分)

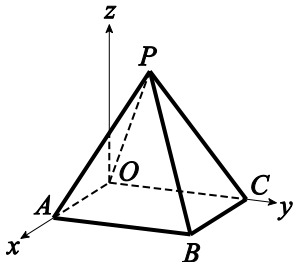
1. (　　) 設實數 $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$，下列那些選項的值跟x相等?

(A) $\frac{1}{1+x}$　(B) $1-x^2$　(C)0.618　(D) $\frac{1}{x}-1$

三、填充題(共 70 分)

1. 設 $P(-3,2,-1)$，求P到原點的距離=_____.

2. 右圖是空間中的一個立體圖（底面是正方形，四個側面都是正三角形）。設四個頂點的坐標為 $O(0,0,0)$ ， $A(4,0,0)$ ， $B(4,4,0)$ ， $C(0,4,0)$ 。

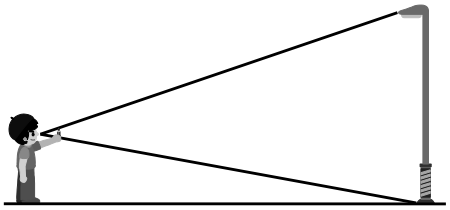



(1) 求頂點 $P$ 的坐標=_____.

(2) 已知 $Q$ 為 $\overleftrightarrow{AB}$ 上一點，且 $\overline{PQ} = \sqrt{21}$，求 $Q$ 點的坐標=_____.

(3)側面 PAB 與底面 OABC 所形成二面角為θ,求 $\cos\theta$ =_____.

3.某人為了測量路燈高度，將畫筆垂直水平面，透過畫筆目測路燈，並調整畫筆距離，使得畫筆恰好擋住整個路燈，如下圖所示。



已知此人距離路燈為 20 公尺，距離筆為 50 公分，筆的長度為 12 公分，求路燈的高度=_____.（公尺）。

**龍騰版　範圍:數 4B 單元 1~3**　　班級:_____姓名: _____座號: _____

4. 設$A(1,-3,5)$與$B(2,1,-4)$為空間中兩點，P是y軸上一點，當$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2$+2021 有最小值時，P點之坐標為_____.

5.將地球儀設定成一個坐標空間，其中球心為原點$O$，地球儀上$A$，$B$兩個城市的坐標分別為$A(0,0,4)$，$B\left(-2\sqrt{3},0,-2\right)$。試求:

(1) 求$\overline{AB}$長=_____.

(2) 求地球儀上$A$，$B$兩城市的球面距離=_____.

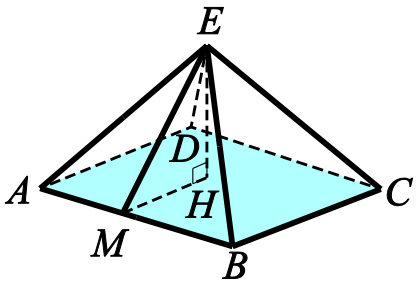
6. 假設地球為一半徑R的球體。今將地球球心設為原點$O$，赤道落在$xy$平面上，$z$軸正向為球心往正北極的方向，且0°經線落在$zx$平面上。已知中國內蒙古自治區通遼市扎魯特旗位於「東經120°，北緯45°」，求中國內蒙古自治區通遼市扎魯特旗的空間坐標=_____.

7.杜拜是阿拉伯聯合大公國人口最多的城市，也是中東地區的經濟和金融中心，而觀光業也是杜拜主要發展的產業之一，在杜拜有許多知名的景點，比如：哈理發塔、杜拜購物中心、帆船飯店…等等，近年來在杜拜又打造世界之最的旅遊新地標：「杜拜相框（The Dubai Frame）」，在 2018 年 1 月落成，其為 50 層樓高，沒有中間形體，以完全中空、四邊鑲金框架面貌示人的超現實建物，為世界上最大的相框。由兩座 150 公尺、50 層樓高的塔樓，頂端由玻璃空橋連接而成的杜拜相框，它的高度以及寬度的比例滿足「黃金比例」（$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$），也成為一個特點。

現有一畫家帶著一名身高為 200 公分的模特兒來到這，想畫出一幅以杜拜相框為相框，模特兒在相框中的畫作。畫家選定了在杜拜相框正前方 60 公尺的地方，以單點透視法作畫，他將畫布放在他面前適當距離的位置後，請模特兒站在他面前 1.2 公尺處，便開始認真作畫了。

試問：在畫家的畫布中，杜拜相框的高度有 75 公分，估算畫中模特兒的身高約=_____公分.

8. 馬丁·葛登能(Martin Gardner)在其《號稱科學的時尚熱及謬誤 (Fads and Fallacies in the Names of Science) 》中提到：「希羅多得(Herodotus,485-425B.C.)說,金字塔(pyramid)在建造的時候，每一側面三角形的面積等於某一個正方形的面積，而該正方形的邊長等於金字塔的高。」如右圖所示，設$\overline{EA}=\overline{EB}=\overline{EC}=\overline{ED}$，M 為 A，B 中點,$\overline{AM}=a=\overline{MB}$,$\overline{EH}=h$，$\overline{EM}=s$




，試求 $\frac{s}{a}=$ _____.

**龍騰版　範圍:數 4B 單元 1~3**　　**班級:_____姓名: _____座號: _____**

9.在四面體 ABCD 中，$\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{AD}=4\sqrt{6}$，$\overline{BD}=\overline{CD}=8$，且$\cos\angle BAC=\frac{1}{3}$，試求點 D 到平面 ABC 之距離=_____.

10.設地球半徑為R公里，地球上A、B兩點都在北緯$45^\circ$線上，而A地在西經$145^\circ$，B地在東經$125^\circ$，求A、B兩地的球面距離=_____公里.

# 答案欄:

一、單一選擇題(每題 10 分,共 20)

| 1. | 2. |
|---|---|

二、多重選擇題(每題至少有一個正確的選項。每題 10 分,錯一個選項得 6 分, 錯兩個選項得 2 分,其餘得 0 分,共 10 分)

| 1. |
|---|

三、填充題(共 70 分)

| 答對格數 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | 10 | 20 | 27 | 34 | 41 | 48 | 53 | 56 | 59 | 62 | 65 | 68 | 70 |

| 1. | 2.(1) | 2.(2) | 2.(3) | 3. |
|---|---|---|---|---|
| 4. | 5.(1) | 5.(2) | 6. | 7. |
| 8. | 9. | 10. | | |

一、單一選擇題

1. D　　2.A

二、多重選擇題

1. ABD

三、填充題

1.$\sqrt{14}$

2.(1) $(2,2,2\sqrt{2})$　2.(2) $(4,-1,0)$ or $(4,5,0)$　2.(3) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

3. $4.8$

4. $(0,-1,0)$

5.(1) $4\sqrt{3}$　5.(2) $\frac{8\pi}{3}$

6. $\left(-\frac{\sqrt{2}}{4}R\,,\frac{\sqrt{6}}{4}R\,,\frac{\sqrt{2}}{2}R\right)$

7. $50$

8. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

9. $4\sqrt{2}$

10. $\frac{\sqrt{2}\pi R}{4}$