新北市立新店高中 109 學年度第二學期第一次期中考一年級數學科試題

範圍：單元 1 至單元 4　版本：龍騰　班級：＿＿＿＿　座號：＿＿＿＿　姓名：＿＿＿＿＿

重要說明：答案必須完全乘開，不得以 n^m 、 $n!$ 、 P_m^n 等符號表示。

一、多重選擇題

共 24 分，每題全對得 6 分，錯一個選項得 4 分，錯兩個得 2 分，錯三個以上或未作答得 0 分。

1.選出正確的敘述：

(A) $0 \geq 0$ 是正確的命題。　(B) $2>5$ 或 $2<4$ 是正確的命題。

(C) $0<x<2$ 的否定敘述為 $x<0$ 或 $x>2$　(D)若實數 x 滿足 $(x-1)(x-2)=0$ ，則 $x=1$ 且 $x=2$

(E)已知宇集為實數 $\mathbb{R}$ ，且 $A=\{x \mid 0 \leq x \leq 3, x \in \mathbb{R}\}$ ， $B=\{x \mid 2 \leq x \leq 4, x \in \mathbb{R}\}$ ，

則 $A-B=\{x \mid 2 \leq x \leq 3, x \in \mathbb{R}\}$

2.關於 1 到 900 的正整數，選出正確的選項：

(A)是 2 的倍數但不是 3 的倍數者，共有 150 個。

(B)不是 2 的倍數，也不是 3 的倍數者，共有 300 個。

(C)若 900 的正因數個數為 N，則 $N=2\times2\times2$ 。

(D)若 900 的正因數當中，是 2 的倍數但不是 5 的倍數者，共有 6 個。

(E)若 900 的所有正因數總和為 S，則 $S=\left(2^1+2^2\right)\times\left(3^1+3^2\right)\times\left(5^1+5^2\right)$ 。

3.設 $\langle a_n \rangle$ 是等差數列，$\langle b_n \rangle$ 是等比數列，選出正確的選項：

(A) $\langle a_n+1 \rangle$ 是等差數列　(B) 若 $a_1>0$ 且 $a_2>0$，則 $a_3>0$

(C) $\langle {b_n}^2 \rangle$ 是等比數列　(D) 若 $b_1>0$ 且 $b_2>0$，則 $b_3>0$

(E) 若 $a_1+a_{50}=0$ ，且 $a_{50}<0$ ，則 $|a_3|>|a_{49}|$

新北市立新店高中 109 學年度第二學期第一次期中考一年級數學科試題

一、多重選擇題

4.關於級數的敘述，選出正確的選項：

(A) 若數列$\langle a_n \rangle$前 n 項的和$S_n = n^2$，則$a_5 = 11$。

(B) 若數列$\langle b_n \rangle$前 n 項的和$T_n = n^2 + 1$，則一般項$b_n = 2n - 1$。

(C) 連續正整數的平方和$1^2 + 2^2 + ... + 100^2 = \dfrac{100 \times 101 \times 201}{2}$

(D) 連續正整數的立方和$1^3 + 2^3 + ... + 100^3 = (1 + 2 + ... + 100)^2$

(E) 若連續正偶數的立方和$2^3 + 4^3 + 6^3 + ... + 100^3 = N$，則 N 是 8 的倍數。

二、填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
得分	8	16	22	26	30	34	38	42	46	50	54	58	62	64	66	68

1.某公司欲前往拜訪六位在不同地點的客戶(甲、乙、丙、丁、戊、己)。試分別依下列條件，求出有幾種拜訪的排列順序：

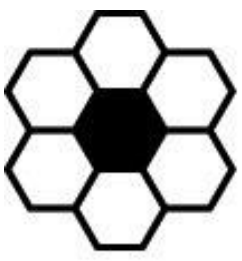
(1)若甲、乙、丙的順序必須相鄰。

(2)若甲、乙的順序需分開。

(3)若甲不能排第一個去拜訪，且乙不能排第二個。

(4)若甲的拜訪順序必須排在乙、丙、丁這三人之前。

2.右圖中的六個正六邊形圍成的空白區域，若用黑色以外的四種不同顏色去塗，且每區域只塗一色，顏色可重複使用，但相鄰的區域不同顏色，則有_____種塗色方法。



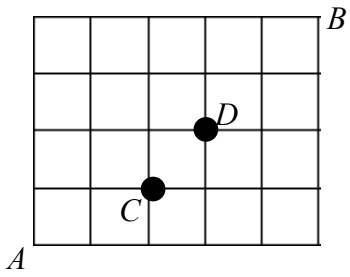
新北市立新店高中 109 學年度第二學期第一次期中考一年級數學科試題

範圍：單元 1 至單元 4　版本：龍騰　班級：＿＿＿＿　座號：＿＿＿＿　姓名：＿＿＿＿＿

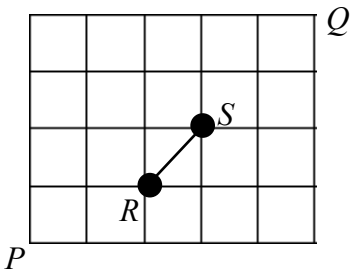
二、填充題

3.(1)在圖(一)的棋盤街道中，要從 A 到 B 走捷徑，若要經 C 點或經 D 點，則有＿＿＿種走法。

(2)在圖(二)的棋盤街道中，有一斜線連接 R 點與 S 點，若要從 P 到 Q 走捷徑，共有＿＿＿種走法。



圖(一)

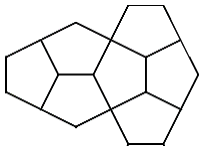


圖(二)

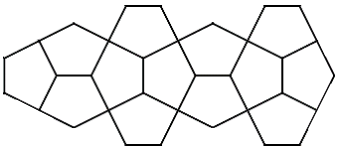
4.有一樓梯共 9 階，今有一人上樓，每步走一階或二階，則恰跨 7 步的走法有＿＿＿＿種。

5.由 8 個數字 0，0，2，3，3，3，5，5 排成的八位數中，奇數有＿＿＿＿個。

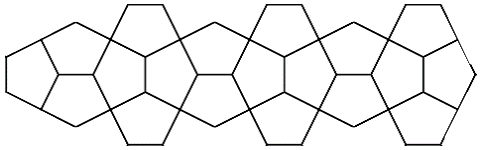
6.用相同的五邊形地磚有規律的拼成若干圖形，如下圖所示：



第 1 圖



第 2 圖



第 3 圖

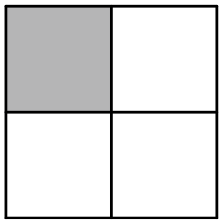
依此規律可畫第 4 圖、第 5 圖、…，並設 a_n 為第 n 圖中五邊形地磚的總數。

(1)寫出數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式：＿＿＿＿＿　(2)求 $a_1+a_2+...+a_{20}$ =＿＿＿＿

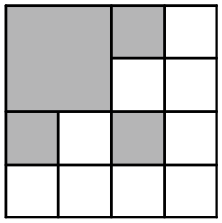
新北市立新店高中 109 學年度第二學期第一次期中考一年級數學科試題

二、填充題

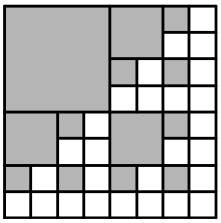
7.取一個面積為 1024 的白色正方形，將其等分成 4 個相同的正方形，然後將左上的正方形塗成黑色；接著再將剩下的 3 個白色小正方形，分別等分成 4 個相同的更小正方形，並將左上更小的正方形塗成黑色。重複這樣的步驟，如下圖所示。



第 1 圖



第 2 圖



第 3 圖

依此規律可畫第 4 圖、第 5 圖、…，並設 a_n 為第 n 圖中白色正方形的面積和。

(1) 求 a_1=_____ (2) 求 a_6=_____ (3)求 $a_1+a_2+...+a_6$=_____

8.已知三數成等差數列，其和為 30，且將各項依次加上 2，2，8 後，可成等比數列，

求此三數為_____(共有兩組解)

9.已知 $\langle a_n\rangle$ 是等差數列，其前 5 項的和為 1，且前 10 項的和為 6；$\langle b_n\rangle$ 是等比數列，其前 5 項的和為 1，且前 10 項的和為 8，則數列 $\langle a_n+b_n\rangle$ 前 15 項的和 =_____

三、計算證明題 (共 8 分)

1.設數列 $\langle a_n\rangle$ 的遞迴關係式為 $\begin{cases} a_1=3 \\ a_n=4a_{n-1}+3\ (n\geq 2) \end{cases}$。

(1)求出 a_2=？ a_3=？ (全對得 1 分)

(2)根據 a_1 、 a_2 、 a_3 的值，可猜測此數列一般項 a_n 的公式可能為下列哪一個選項？

(A) $a_n=2^n-1$ (B) $a_n=3^n-1$ (C) $a_n=4^n-1$ (1 分)

(3)使用數學歸納法驗證第(2)題所猜測的公式。 (6 分)

新北市立新店高中 109 學年度第二學期第一次期中考一年級數學科答案卷

班級：_____　座號：_____　姓名：_____　得分：

重要說明：答案必須完全乘開，不得以 n^m 、$n!$ 、P_m^n 等符號表示。

一、多重選擇題

共 24 分，每題全對得 6 分，錯一個選項得 4 分，錯兩個得 2 分，錯三個以上或未作答得 0 分。

1.	2.	3.	4.

二、填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
得分	8	16	22	26	30	34	38	42	46	50	54	58	62	64	66	68

1.(1)	1.(2)	1.(3)	1.(4)	2.
3.(1)	3.(2)	4.	5.	
6.(1)	6.(2)	7.(1)	7.(2)	7.(3)
8.		9.		

三、計算證明題：共 8 分。

1.(1) a_2=_____ ， a_3=_____　(全對得 1 分)	1.(2) Ans: _____　(1 分)
1.(3)　(6 分)	

新北市立新店高中 109 學年度第二學期第一次期中考一年級數學科答案卷

班級：＿＿＿＿　座號：＿＿＿＿　姓名：＿＿＿＿＿＿　得分：

重要說明：答案必須完全乘開，不得以 n^m 、 $n!$ 、 P_m^n 等符號表示。

一、多重選擇題

共 24 分，每題全對得 6 分，錯一個選項得 4 分，錯兩個得 2 分，錯三個以上或未作答得 0 分。

1. AB	2. BD	3. ACD	4. DE

二、填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
得分	8	16	22	26	30	34	38	42	46	50	54	58	62	64	66	68

1.(1) 144	1.(2) 480	1.(3) 504	1.(4) 180	2. 732
3.(1) 84	3.(2) 18	4. 21	5. 750	
6.(1) $\begin{cases} a_1 = 7 \\ a_n = a_{n-1} + 6, n \geq 2 \end{cases}$	6.(2) 1280	7.(1) 768	7.(2) $\frac{729}{4}$	7.(3) $\frac{10101}{4}$
8. 4, 10, 16 或 22, 10, -2		9. 72		

三、計算證明題：共 8 分。

1.(1)
a_2 = 15 ， a_3 = 63 (全對得 1 分)

1.(2)
Ans: C (1 分)

1.(3) 共 6 分，建議配分：

① $n=1$ 時， $a_1 = 4^1 - 1 = 3$ ，猜測是正確的. (1 分)

② 設 $n=k$ 時猜測正確，即 $a_k = 4^k - 1$ (1 分)

則 $n=k+1$ 時， $a_{k+1} = 4a_k + 3$ (1 分)

$= 4 \times (4^k - 1) + 3$ (1 分)

$= 4^1 \times 4^k - 4 \times 1 + 3 = 4^{k+1} - 1$ 猜測也是正確的。 (1 分)

故由數學歸納法知，對於所有的正整數 n ， $a_n = 4^n - 1$ (1 分)