一、選填題(共 60 分，A.-D. 大題每格 7 分；E.-G.大題每格 8 分。每格需完全答對可得該格分數，未完全答對或是該格未作答者得 0 分。答案請直接劃記於答案卡上。)

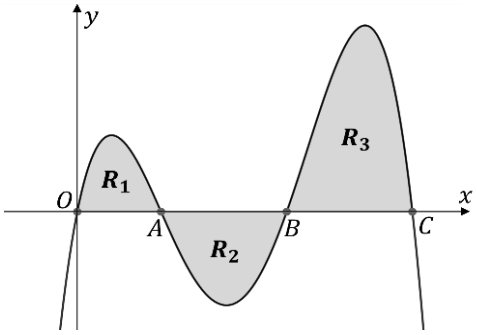
A. 已知 a 為正實數，且定積分 $\int_0^a (2x-11)\,dx = 26$ 。則正實數 $a =$ ①② 。

13

B. 已知連續函數 $f(x)$ 與 x 軸的交點為 $O(0,0)$, $A(a,0)$, $B(b,0)$, $C(c,0)$ ，並形成 3 個封閉區域 R_1 , R_2 與 R_3 ，如圖所示。已知 R_1 , R_2 與 R_3 的面積比為 $3:4:5$ ，且 $\int_0^c f(x)\,dx = 24$ 。

試求定積分 $\int_b^c f(x)\,dx =$ ③④ 。

30

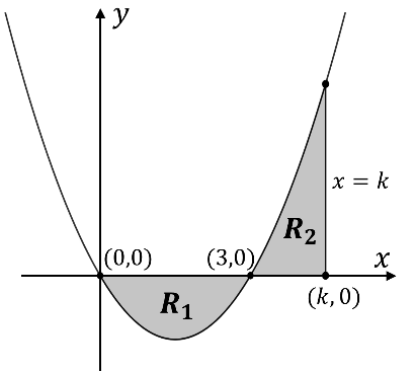


C. 如圖所示，R_1 與 R_2 為函數 $f(x) = x^2 - 3x$ 與 x 軸、$x = k$ 所圍成的兩個區域，其中 $k > 0$ 。

已知 R_1 的面積與 R_2 的面積相等，則 $k =$ ⑤/⑥ 。

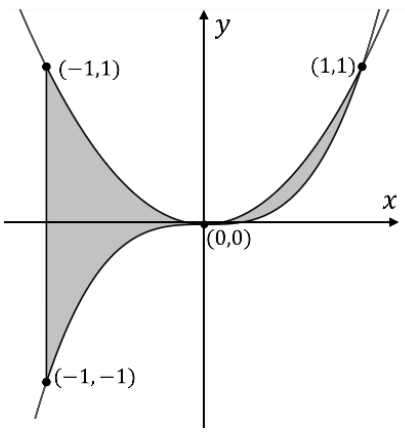
(答案以最簡分數表示)

$\frac{9}{2}$



D. 設兩函數 $f(x) = x^3$ ，$g(x) = x^2$ 。則函數 $f(x)$ 、$g(x)$ 及 $x = -1$ 所圍成的陰影區域面積為 ⑦/⑧ 。(答案以最簡分數表示)

$\frac{2}{3}$

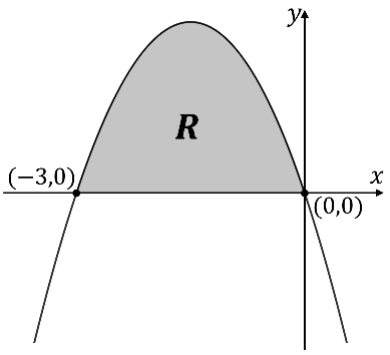


E. 試求定積分 $\int_{-4}^{4}(3\cdot|x-1|)\,dx=$ ⑨⑩ 。

51

F. 已知 R 為函數 $f(x)=-x^2-3x$ 與 x 軸所圍成的區域，如圖所示。

試求 R 繞 x 軸所得的旋轉體體積 $V=$ $\frac{⑪⑫}{⑬⑭}\pi$ 。



$\frac{81}{10}\pi$

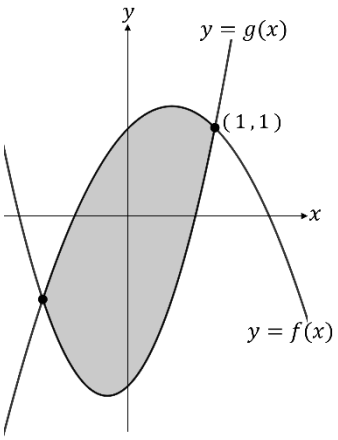
G. 給定兩函數 $f(x)=-x^2+x+1$ 與 $g(x)=2x^2+x-2$ ，試回答下列問題：

(i)函數 $f(x)$ 與 $g(x)$ 交於兩點，交點坐標為 (1,1) 及 $(⑮⑯,⑰⑱)$ 。

(ii)函數 $f(x)$ 與 $g(x)$ 的圖形所圍成的區域面積為 ⑲ 。

$(-1,-1)$

4



二、多重選擇題(共 28 分。每題全對者得 7 分，錯一個選項者得 6 分，錯二個選項者得 4 分，錯三個或三個以上選項或是該題未作答者得 0 分。答案請直接劃記於答案卡上。)

(3)(5)

20. 下列有關體積的敘述，請選出正確的選項：

(1) 半徑為 3 的球體體積為 12π 。

(2) 一直圓錐之底面是半徑為 2 的圓，且其高為 2 ，則此直圓錐的體積為 $\frac{4}{3}\pi$ 。

(3) 半徑為 10 的球體體積，是半徑為 5 的球體體積的 8 倍。

(4) 一正四角錐(底面是正方形，四個側面是正三角形)的邊長為 2 ，且其高為 $\sqrt{2}$ ，則此正四角錐體積是邊長為 2 立方體體積的 $\frac{1}{6}$ 倍。

(5) 一正四面體的邊長為 $\sqrt{6}$ ，且其高為 2 ，則此正四面體的體積為 $\sqrt{3}$ 。

(1)(4)

21. 已知函數 $f(x)$、$g(x)$ 均為連續函數，且 a, b 均為實數滿足 $0 < a < b$。請選出正確的選項：

（1）若函數 $F(x)$ 為 $f(x)$ 的反導函數，則函數 $F(x)+2025$ 亦為 $f(x)$ 的反導函數。

（2）定積分 $\int_a^b f(x)\,dx$ 表示函數 $f(x)$ 與 x 軸、$x=a$ 及 $x=b$ 所圍成的區域面積。

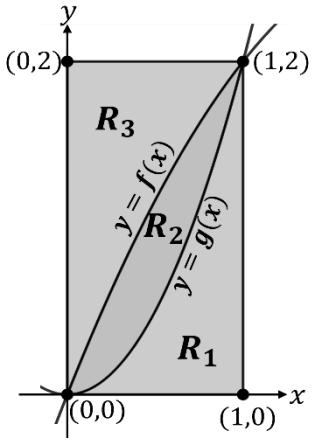
（3）$\int_a^b (f(x)\times g(x))\,dx = \left(\int_a^b f(x)\,dx\right)\times\left(\int_a^b g(x)\,dx\right)$。

（4）$\int_a^b (2f(x)-3g(x))\,dx = 2\cdot\int_a^b f(x)\,dx - 3\cdot\int_a^b g(x)\,dx$。

（5）$\int_{-2025}^{2025} g(x)\,dx = 2\cdot\int_0^{2025} g(x)\,dx$。

(2)(4)

22. 如右圖，已知函數 $f(x)$、$g(x)$ 均為連續函數，且區域 R_2 的上、下緣分別是函數 $f(x)$、$g(x)$ 在區間 $[0,1]$ 上的函數圖形。請選出正確的選項：



（1）將區間 $[0,1]$ 作 n 等分，設 U_n 為函數 $g(x)$ 在區間 $[0,1]$ 的上和，則區域 R_1 的面積等於 U_n。

（2）設 $f(x)$ 在區間 $[0,1]$ 內的函數值平均為 h，則 $0 \le h \le 2$。

（3）區域 R_3 的面積為 $2-\int_0^2 f(x)\,dx$。

（4）區域 R_1 繞 x 軸所得的旋轉體體積為 $\int_0^1 \pi\cdot(g(x))^2\,dx$。

（5）區域 R_2 繞 x 軸所得的旋轉體體積為 $\int_0^1 \pi\cdot(f(x)-g(x))^2\,dx$。

(1)(3)

23. 設 C 是以點 $(0,2)$ 為圓心，半徑為 2 的圓。令函數 $y=f(x)=2+\sqrt{4-x^2}$，$-2\le x\le 2$。請選出正確的選項：

（1）函數 $f(x)$ 的圖形為圓 C 的上半圓弧。

（2）函數 $f(x)$ 在區間 $[-2,2]$ 的最大值為 2。

（3）圓 C 的面積等於 $2\cdot\int_{-2}^{2}\sqrt{4-x^2}\,dx$，即 $2\cdot\int_{-2}^{2}\sqrt{4-x^2}\,dx = 4\pi$。

（4）定積分 $\int_0^2 f(x)\,dx$ 的值等於 $\frac{1}{4}$ 倍圓 C 面積。

（5）若圓 C 繞 x 軸所得旋轉體體積為 V，

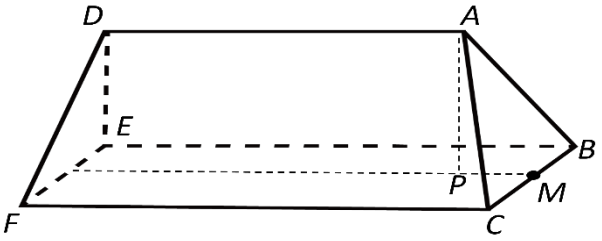
則 $V=\int_{-2}^{2}\pi\left(2+\sqrt{4-x^2}\right)^2dx+\int_{-2}^{2}\pi\left(2-\sqrt{4-x^2}\right)^2dx$。

三、混合題(共 12 分。**請直接作答於答案卷上**)

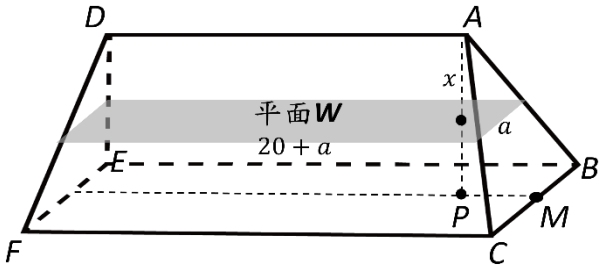
24.–26.題為題組 (仿 111 年分科測驗)

有一積木(如圖),其中 $ACFD$ 和 $ABED$ 是兩個全等的等腰梯形，$BCFE$ 是一個矩形。設 A 點在直線 BC 的投影為 M 且在平面 $BCFE$ 的投影為 P。已知 $\overline{AD}=20$、$\overline{CF}=40$、$\overline{AP}=10$ 且 $\overline{BC}=20$。將平面 $BCFE$ 置於水平桌面上，且將與 $BCFE$ 平行的平面稱為水平面。試回答下列問題。

24. 利用 $\overline{AD}$ 在平面 $BCFE$ 的投影長為 20，可得 $\angle AMP=$ _____度。(填充題，3 分)



25. 若一水平面 W 介於 A,P 之間且與 A 的距離為 x，且水平面 W 與此積木所截為一矩形區域，如圖所示。設此矩形區域的寬為 a，則長為 $20+a$。另由三角形相似的特性可知 $x:\overline{AP}=a:\overline{BC}$。



(1)請利用 $x:\overline{AP}=a:\overline{BC}$ 找出 x 和 a 的關係式。(非選擇題，1 分)

(2)請寫出水平面 W 與此積木所截之矩形面積(請以 x 表示)。(非選擇題，2 分)

26. 將線段 $\overline{AP}$ 的 n 等分點沿著向量 $\overrightarrow{AP}$ 的方向依序設為 $A=P_0,P_1,\dots,P_{n-1},P_n=P$。在每一個分段 $\overline{P_{k-1}P_k}$，考慮以通過 P_k 的水平面與此積木所截的**矩形**為底(利用上一題得到的矩形面積)、$\overline{P_{k-1}P_k}$ 為高，所形成的長方體。

(1)請利用此切片方法寫下估計此積木體積的黎曼和(不需要化簡，可以用長算式展開表示或是以 $\sum$ 表示)(非選擇題，3 分)

(2)請以定積分形式表示此積木的體積並求其值。(非選擇題，3 分)

Winter is coming! 要開始調整作息囉，早一點睡~

保持極佳的身體狀態才能有最好的發揮，大家加油! Good luck! ^^

新北市立新店高級中學 113 學年度第一學期期末考試**高三數學甲**答題卷

適用班級：309-316 班

班級_____ 座號_____ 姓名_____

三、混合題(共 12 分。**請直接作答於此答案卷上**)

題號	作答區
24. 填充題 (3 分)	45 度
25.(1) 非選擇題 (1 分)	因為 $x:\overline{AP}=a:\overline{BC}$ $\Rightarrow x:10=a:20$ $\Rightarrow 10a=20x$ $\Rightarrow a=2x$ $\quad Ans:a=2x$
25.(2) 非選擇題 (2 分)	矩形面積 $(20+a)\times a=(20+2x)\times(2x)=4x^2+40x$ $Ans:4x^2+40x$
26.(1) 非選擇題 (3 分)	$\overline{AP}=10$ 進行 n 等分分割，因此每一等分長度 $\frac{10}{n}$。 $A=P_0,P_1,\dots,P_{n-1},P_n=P$ $P_1=\frac{10}{n}\times 1,P_2=\frac{10}{n}\times 2,\dots\dots,P_k=\frac{10}{n}\times k,\dots,P_n=\frac{10}{n}\times n$ 因此通過點 P_k 的矩形面積為 $4\left(\frac{10k}{n}\right)^2+40\left(\frac{10k}{n}\right)$， 所得長方體體積為 $\frac{10}{n}\times\left[4\left(\frac{10k}{n}\right)^2+40\left(\frac{10k}{n}\right)\right]$ 黎曼和可以表示成 $\sum_{k=1}^{n}\frac{10}{n}\times\left[4\left(\frac{10k}{n}\right)^2+40\left(\frac{10k}{n}\right)\right]$ 或是 $\frac{10}{n}\times\left[4\left(\frac{10}{n}\right)^2+40\left(\frac{10}{n}\right)+4\left(\frac{20}{n}\right)^2+40\left(\frac{20}{n}\right)+\cdots+4\left(\frac{10n}{n}\right)^2+40\left(\frac{10n}{n}\right)\right]$
26.(2) 非選擇題 (3 分)	積木體積可以用定積分 $\int_0^{10}4x^2+40x\,dx$ 表示。 $\int_0^{10}4x^2+40x\,dx=\frac{4}{3}x^3+20x^2\Big\vert_0^{10}=\frac{10000}{3}$ 積木體積為 $\frac{10000}{3}$ 立方單位。