新北市立新店高中 109 學年度第一學期期末考高二數 A 試題卷　龍騰版第八至十單元　班級:____座號:____姓名:_____

壹、多選題(每題全對得 7 分，錯一個選項得 4 分，錯兩個選項得 1 分，其餘得 0 分，共 21 分)

1.下列關於第八單元平面向量教學內容的敘述，何者正確?

(1) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$。

(2)若$\overrightarrow{AB}=(1,2),\overrightarrow{BC}=(1,1),\overrightarrow{CD}=(-2,3)$，則$\overrightarrow{AD}=(0,6)$。

(3)與向量$(3,4)$平行且長度為 1 的向量為$(\frac{3}{5},\frac{4}{5})$。

(4)在ΔABC中，若P為$\overline{BC}$的中點，則$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$。

(5)若兩非零向量$\vec{a}$與$\vec{b}$滿足$x\vec{a}+y\vec{b}=\vec{0}$，則$x=y=0$。

2.下列關於第九單元平面向量運算教學內容的敘述，何者正確?

(1)若$\vec{a}$與$\vec{b}$的夾角越大，則$\vec{a}\cdot\vec{b}$的值越大。

(2)可以找到一個向量，使其在向量$(3,4)$上的正射影為$(4,3)$。

(3)由向量$\vec{a}=(-1,2)$與$\vec{b}=(5,3)$所決定的平行四邊形面積為$\begin{vmatrix}-1 & 2\\ 5 & 3\end{vmatrix}$。

(4)若兩直線$2x-3y=1$與$6x+by=1$平行，則$b=-9$。

(5)若兩直線$2x-3y=1$與$6x+by=1$垂直，則$b=4$。

3.下列關於第十單元二元一次聯立方程式教學內容的敘述，何者正確?

(1)聯立方程式$\begin{cases}x+2y+3=0\\ 4x+5y+6=0\end{cases}$的 x 之解為$\frac{\begin{vmatrix}3 & 2\\ 6 & 5\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1 & 2\\ 4 & 5\end{vmatrix}}$。

(2)若$\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}=3$，則$\begin{vmatrix}a & c\\ b & d\end{vmatrix}=-3$。　(3)若$\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}=3$，則$\begin{vmatrix}2a & 2b\\ 2c & 2d\end{vmatrix}=12$。

(4)$\begin{vmatrix}a-3b & b\\ c-3d & d\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}$。　(5)$\begin{vmatrix}a+p & b+q\\ c+r & d+s\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}p & q\\ r & s\end{vmatrix}$。

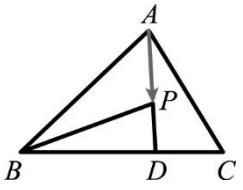
貳、填充題(11 格，共 59 分，配分如下表)

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
分數	8	16	22	28	33	38	43	47	51	55	59

1.如右圖，設$\overrightarrow{AP}=\frac{2}{7}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{7}\overrightarrow{AC}$，且直線$AP$交$\overline{BC}$於$D$點。

(1)若$\overrightarrow{AD}=r\overrightarrow{AP}$，$r$為實數，則$r$=_____

(2)若$\overrightarrow{BP}=x\overrightarrow{BA}+y\overrightarrow{BC}$，則數對$(x,y)$ =_____



新北市立新店高中 109 學年度第一學期期末考高二數 A 試題卷　龍騰版第八至十單元　班級:____座號:____姓名:_____

2.設 $A(1,0), B(3,2), C(0,4)$ 為坐標平面上三點。

(1)$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$=_____

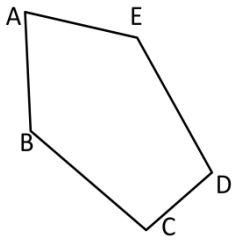
(2)若 $\overrightarrow{AB}$在$\overrightarrow{AC}$上的正射影為$t\overrightarrow{AC}$，t為實數，則t=_____

(3)若集合$S=\{P\,|\,\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC},-2\le x\le 1,1\le y\le 2\}$，

則集合S所表示區域的面積=_____

3.在右圖的五邊形$ABCDE$中，請比較(a)(b)(c)(d)的大小。

(a)$\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{CB}$　(b) $\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{CA}$　(c) $\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{CE}$　(d)　0 _____



4.已知$|\vec{u}|=1,|\vec{v}|=2$，且$\vec{u}$與$\vec{v}$的夾角為$60°$，求下列各值：

(1) $\vec{u}\cdot\vec{v}$=_____　　(2) $|2\vec{u}-\vec{v}|$=_____

(3)由向量$\vec{u}-2\vec{v}$與$\vec{u}+\vec{v}$所決定的平行四邊形面積=_____

5.我們也可以用向量的線性組合來討論二元一次聯立方程式的解。

若$\vec{a}=(a_1,a_2),\vec{b}=(b_1,b_2),\vec{c}=(c_1,c_2)$，且$\vec{c}=3\vec{a}-2\vec{b}$，其中$\vec{a}$與$\vec{b}$不平行，則:

(1)聯立方程式$\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1\\a_2x+b_2y=c_2\end{cases}$的解$(x,y)$=_____

(2) $\vec{a}$與$\vec{c}$所決定的平行四邊形面積是$\vec{b}$與$\vec{c}$所決定的平行四邊形面積的___倍。

參、素養題(兩大題，共 20 分)

培養「數學素養」的實踐方針之一，就是要能「整合知識與技能，用於處理學術探究問題」；其中「一題多解」是個不錯的練習。

在答案卷上，有兩個我們在<u>三角函數</u>單元學過的題目，請大家試著用<u>向量</u>的工具來解題喔!

壹、多選題(每題全對得 7 分，錯一個選項得 4 分，錯兩個選項得 1 分，其餘得 0 分，共 21 分)　班級:___座號:___姓名:_____

總分:

1.　124	2.　45	3.　34

貳、填充題(11 格，共 59 分，配分如下表)

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
分數	8	16	22	28	33	38	43	47	51	55	59

1(1)　$\frac{7}{5}$	1(2)　$(\frac{2}{7},\frac{3}{7})$	2(1)　6	2(2)　$\frac{6}{17}$
2(3)　30	3.　c>b>d>a	4(1)　1	4(2)　2
4(3)　$3\sqrt{3}$	5(1)　(3,-2)	5(2)　$\frac{2}{3}$	得分:

參、素養題(兩大題，共 20 分)

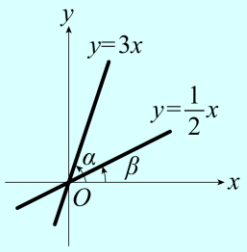
一、(出處:課本第三單元)

例題 6

在坐標平面上，已知兩直線 $y=3x$ 與 $y=\frac{1}{2}x$ 的斜角分別為 α 與 β，如右圖所示，求

(1) $\tan\alpha$ 與 $\tan\beta$ 的值。

(2) 兩直線的夾角。



(解):用三角函數思維的解法約略如下:

(1) 因為直線的斜角 tan 值與其斜率相等，所以　$\tan\alpha=3$, $\tan\beta=\frac{1}{2}$。

(2) 因為　$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=$　……

其實，這個題目也可以利用向量內積解題喔!

(1)請寫出兩直線的法向量(3 分)

(3,-1)、(1,-2) 成比例皆可。答對一個得 2 分，兩個都對得 3 分

(2)請用向量內積的方法求出兩直線的夾角(5 分)(沒有過程說明，不給分)

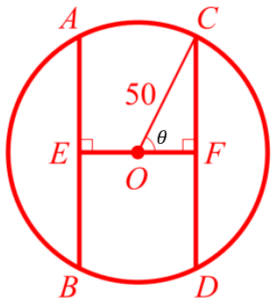
$\cos\theta=\frac{2+3}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{10}}$ (3 分，內積與長度各 1 分)

$\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{2}}$，$\theta=45°$(1 分)

另一夾角為$135°$(1 分)

二、(出處:講義第四單元)

想在半徑50公尺的圓形池塘內，建造一座H字形的木橋跨越池面，如右圖所示。設O為圓心，$\overline{EF}\perp\overline{AB}$，$\overline{EF}\perp\overline{CD}$，且$\overline{EO}=\overline{OF}$，求木橋總長最長的長度，與此時$\overline{EF}$的長度。



(解):用三角函數思維的解法約略如下:

設$\angle COF=\theta$（$0<\theta<\frac{\pi}{2}$），得$\overline{CF}=50\sin\theta$、$\overline{OF}=50\cos\theta$。

因此，木橋總長為

$\overline{AB}+\overline{CD}+\overline{EF}=2\times50\sin\theta+2\times50\sin\theta+2\times50\cos\theta$

.....

其實，這個題目也可以利用<u>柯西不等式</u>解題喔!若令$\overline{OF}=x,\overline{CF}=y$，則:

(1)用x,y寫出已知條件(2分)	(2)用x,y表示木橋總長(2分)
$x^2+y^2=50^2$(2分)	$2x+4y$(2分)

(3)木橋總長的最大值為何?(4分)(沒有過程說明，不給分)

$(x^2+y^2)(2^2+4^2)\geq(2x+4y)^2$(2分)

$(50^2)(20)\geq(2x+4y)^2$

$-100\sqrt{5}\leq2x+4y\leq100\sqrt{5}$(2分，不完整給1分)

(4)承(3)，此時$\overline{EF}$的長度為何?(4分)(沒有過程說明，不給分)

有最大值時，等號成立

令$\frac{x}{2}=\frac{y}{4}=t$(2分)

$x=2t,y=4t$帶入$2x+4y=100\sqrt{5}$

$20t=100\sqrt{5},t=5\sqrt{5}$

$\overline{EF}=2x=4t=20\sqrt{5}$(2分)