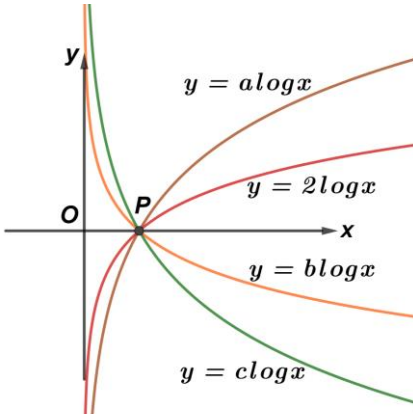
新北市立新店高中109學年度第一學期第二次期中考高二數學A試題

一、多選題(共18分，每題6分，錯1個得4分，錯2個得2分)

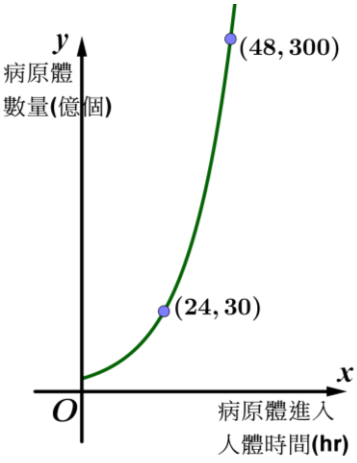
1. 常用對數函數 $y=a\log x$，$y=2\log x$，$y=b\log x$，$y=c\log x$ 的圖形如右所示，其中 $y=2\log x$ 與 $y=b\log x$ 的圖形對稱於x軸，請選出正確的選項。



(A)$\overline{OP}=1$　(B)$b=\frac{1}{2}$　(C)$a>2$　(D)$c>-2$

(E) $y=2\log x$ 與 $y=10$ 的交點坐標為$(\log 5\ ,\ 10)$

2. 根據研究，新冠病毒活力超強，能在短時間內複製出多個病原體，假設病原體進入人體x小時後，病原體在某位感染者體內的數量(單位:億個)為指數函數$f(x)=a\cdot b^x$，其中 a、b 是常數，已知右圖是$y=f(x)$的部分圖形，選出正確的選項。(已知 $\log 2\approx 0.3010$，$\log 3\approx 0.4771$)



(A)若$b=10^x$，則$x=24$　(B)a^{1000}為478位數

(C)a^{1000}的最高位數字為1

(D)病原體剛進入此感染者體內的數量為1(億個)

(E)病原體在進入此感染者體內72小時後的數量為3000(億個)

3. 若$y=10^x$的圖形與$y=8^x$的圖形，分別與直線$y=32$交於 A、B 兩點，則下列敘述何者正確?

(A)A 點的x坐標為$5\log 2$　(B)B 點的x坐標為$\frac{3}{5}$　(C)$y=10^x$的圖形恆在$y=8^x$的圖形上方

(D)$y=8^x$的圖形與$y=8^{-x}$的圖形對稱於y軸　(E)$y=10^x$的圖形與$y=\log x$的圖形對稱於直線$y=x$

二、填充題(共72分，**請留意題號，勿填錯格**!)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分	10	19	27	34	40	46	51	56	60	64	67	70	72

1. 求下列各式的值:

(1)$2log\frac{3}{5}-log36+3log\sqrt[3]{10}$ _____　　(2)$(\log_7 9)\times(\log_3 7-\log_{27}49)$ _____

2. 解下列各方程式:

(1) $(\sqrt[3]{9})^{3x-6}=81\sqrt{3}$ _____　　(2) $9^x-3^{x+1}-18=0$ _____

(3)$log(x-3)+log(2x+1)=log4$ _____

3. 解下列各不等式:

(1)$(0.7)^{x^2+3x}<(0.49)^{3-x}$ _____　　(2)$log(x-3)<1$ _____

(3)$1+log_2(1-x)<log_4(x+2)$ _____

4. 設$a=log2$，$b=log3$，將下列各式以 a、b 表示:

(1)$log24$ _____　　(2)$log_5 6$ _____

5. 已知$f(x)=9^x-4\times3^x$，且$0\le x\le 2$，若$f(x)$的最小值為 m，求 m =_____

6. 已知萊克多巴胺在人體內的半衰期為 4 小時，一位產婦吃了含有萊克多巴胺 48 微克的豬肉內臟，請問 24 小時後，萊克多巴胺在她體內剩下的含量是多少微克?_____(**答案需化成最簡分數，否則不予計分!**)

7. 冠軍牛肉麵店使用獨門秘方「神仙醬」提升湯頭風味，已知舌頭所感受到的湯味等級 a 與「神仙醬」添加量 w(公克)滿足關係式: $\log_{10} w=a+1$ 。正常情況下，老闆在一鍋原味湯底中添加 20 公克的「神仙醬」，熬煮後的湯味等級為 A，若顧客希望品嘗到 3 倍等級(即 $3A$)的濃郁湯頭，則老闆需添加多少公克的「神仙醬」在一鍋原味湯底中呢?_____

三、計算題(共 10 分)

1. 借卡斯地下錢莊的放貸月利率是8%，每個月以複利計息一次，借款人可選擇在 n 個月後期滿一次還清本利和，例如:借 100000 元，2 個月後期滿需還$100000\times(1+8\%)^2=116640$元。老彭因資金周轉不靈，向借卡斯地下錢莊借了 100 萬，若他一直無錢償還，則 n 個月後老彭需償還地下錢莊的金額將超過 1000 萬，已知 $log2\approx0.3010$，$log3\approx0.4771$，請問:

(1)依題意列出不等式(4 分)　　(2)求正整數 n 的最小值為何?(6 分)

答案欄

姓名:_____　座號:_____

一、多選題(共 18 分，每題 6 分，錯 1 個得 4 分，錯 2 個得 2 分)

1.	2.	3.
BC	BD	ADE

二、填充題(共 72 分，**請留意題號，勿填錯格**!)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分	10	19	27	34	40	46	51	56	60	64	67	70	72

1.(1)	1.(2)	2.(1)	2.(2)	2.(3)
-1	$\frac{2}{3}$	$\frac{17}{4}$	$\log_3 6$	$\frac{7}{2}$
3.(1)	3.(2)	3.(3)	4.(1)$3a$+b	4.(2)$\frac{a+b}{1-a}$
x>1 or x<-6	3<x<13	$\frac{1}{4}$<x<1		
5.	6.	7.		
41	$\frac{3}{4}$	80		

三、計算題(共 10 分，需完整書寫計算過程，否則予以扣分!)

1.(1)(4 分)

$100 \times (1 + 8\%)^n > 1000$

or $1.08^n > 10$

1.(2)(6 分)

$1.08^n > 10$(兩邊取 log)(1 分)

$n > \frac{1}{\log 1.08}$(1 分) = $\frac{1}{3\log 3+2\log 2-2}$(1 分) =$\frac{1}{0.0333}$(1 分)

$\approx 30.$……(1 分)

故取 n=31(1 分)