新北市立新店高級中學 109 學年度第 1 學期第二次期中考**高三理組**數學科試題

考試範圍：龍騰版選修數學(甲)上冊 1-1、2-3　　_____班 ____號　姓名：_____

一、 單選題(占 10 分)

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請將答案填寫在答案卷上。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或作答多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 甲乙兩人玩遊戲，由乙投擲一個公正骰子，若出現質數點，甲可向乙索取該點數 4 倍的金額，若出現其他點數，甲須給乙該點數 3 倍的金額，則乙在此場遊戲中獲得金額的期望值 E 在下列哪個範圍?
   (1) $-3 < E < -2$
   (2) $-2 < E < -1$
   (3) $-1 < E < 1$
   (4) $1 < E < 2$
   (5) $2 < E < 3$

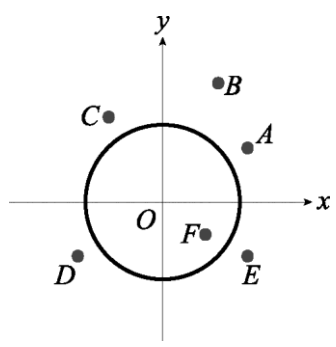
2. 已知 $(\sqrt{2}-\sqrt{6}i)^n$ 為**負實數**，則以下何者為 n 可能的值?
   (1) 1
   (2) 2
   (3) 3
   (4) 4
   (5) 5

二、 多選題(占 15 分)

說明：第 1 題至第 3 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將答案填寫在答案卷上。各題選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

1. 投擲 2 個公正骰子，令隨機變數 X 表示出現的點數和，則以下敘述何者正確?
   (1) $P(X=2)=\frac{1}{18}$
   (2) $P(X\le 6)=\frac{5}{12}$
   (3)機率分布的最大值發生在 $P(X=7)$
   (4)若 $P(X=k)=\frac{5}{36}$，則 $k=6$
   (5)已知 k_1,k_2 為正整數，若 $2\le k_1<k_2\le 12$，則 $P(X=k_1)<P(X=k_2)$

2. 如右圖，已知複數 z 在複數平面上對應的點 E 在單位圓 O 的外部
   判斷以下各複數所對應的點何者正確?
   (1) $-z$ 對應 A 點
   (2) $\bar{z}$ 對應 D 點
   (3) $(\bar{z})^2$ 對應 B 點
   (4) $\frac{1}{z}$ 對應 F 點
   (5) $i(\bar{z})$ 對應 C 點



3. 設 $z=\dfrac{(-4+3i)^3(5+12i)^3}{(a+bi)^4(7-24i)}$ 且 $|z|=65$，則 (a,b) 可能為以下何者?

(1) $(3,2)$

(2) $(-2,-3)$

(3) $(0,-13)$

(4) $(-1,2\sqrt{3})$

(5) $(2\sqrt{2},2)$

三、 填充題(每格 5 分，共 75 分)

說明：第 A 至 I 題，請將答案填寫在答案卷上，每題完全答對者給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對者不給分。

A. 計算以下各式的值，並用複數的標準式表示

(1) $(1-i)^{19}\,(\cos 18°+i\sin 18°)^{2020}=$_____

(2) $(\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}i)^{-2020}+(\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i)^{-2020}=$_____

(3) $\dfrac{5(\cos 75°+i\sin 75°)\times 8(\cos 35°+i\sin 35°)}{10(\cos 50°+i\sin 50°)}=$_____

(4) $\dfrac{7(\sin 10°+i\cos 10°)\times 8(\cos 35°-i\sin 35°)}{4(\cos 50°-i\sin 50°)\times 14(\sin 85°+i\cos 85°)}=$_____

B. 求 $-8+8\sqrt{3}i$ 的四次方根為_____(以複數的標準式表示)

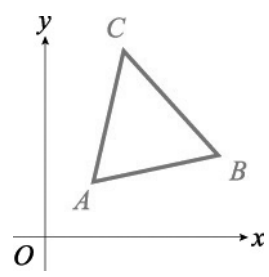
C. 解方程式 $x^5+x^4+x^3+x^2+x=-1$

(1)得 5 個複數根為_____(以複數的標準式表示)

(2)此 5 個根在複數平面上所圍的五邊形面積為_____

D. 如右圖，複數 z_1,z_2,z_3 在複數平面上所對應的點為 A，B，C

已知 ΔABC 為正三角形，求 $\dfrac{z_1-z_2}{z_3-z_2}=$_____(以複數的標準式表示)



E. 根據統計，85 歲以上老年人一年後的死亡率為 0.6%，保險公司針對 85 歲以上老年人推出一年期的壽險，保費為 1299 元，保險額為 5 萬元，則此種壽險中每張保單利潤之期望值為_____元

F. 甲乙 2 人玩遊戲，雙方各擲骰子 1 次，若擲出的點數相同，甲需付點數的 8 倍給乙，若點數不同，則乙需支付_____元給甲，才能使此遊戲對雙方而言是公平的。

G. 已知一個不公正的八面體骰子，各面的點數分別為 1~8，且擲出各點數的機率與點數成正比，令隨機變數 X 為投擲此骰子一次所出現的點數，則

(1) $E(X)$ =_____ (2) $Var(X)$=_____ (3) $\sigma(X)$ =_____

H. 某百貨公司周年慶舉辦現金抵用券抽獎活動，為了刺激買氣，第一波加碼將每張現金抵用券的額度提高 20%並增加 80 元的額度，隨後又進行第二波加碼再將前述現金抵用券的總額度提高 30%並增加 30 元的額度，已知經過兩次加碼後，抽獎一次所得現金抵用券額度之期望值為 290 元，請問一開始未進行任何加碼前抽獎一次所得現金抵用券額度之期望值為_____元

I. 新店高中校慶舉辦摸彩活動，摸彩卷編號共四碼(0000~9999)，由校長抽出一個幸運號碼，兌獎方式如下表，每張摸彩券不可重複領獎，則每張摸彩卷獎金之期望值為_____元

頭獎	與幸運號碼之 4 位數完全相同者可得獎金 2 萬元
二獎	與幸運號碼末 3 位數完全相同者可得獎金 1 萬元
三獎	與幸運號碼末 2 位數完全相同者可得獎金 5 千元
四獎	與幸運號碼末 1 位數完全相同者可得獎金 2 千元

新北市立新店高級中學 109 學年度第 1 學期第二次期中考**高三理組**數學科答案卷

考試範圍：龍騰版選修數學(甲)上冊 1-1、2-3　　_____班 _____號　姓名：_____

一、單選題 (每題 5 分，占 10 分)

1. (2)	2. (3)	

二、多選題 (每題 5 分，占 15 分)

1. (2)(3)	2. (3)(5)	3. (1)(2)(4)

三、填充題 (每格 5 分，占 75 分)

A.(1) $-512-512i$	A.(2) $-\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$	A.(3) $2+2\sqrt{3}i$
A.(4) i	B. $\sqrt{3}+i$ 、 $-1+\sqrt{3}i$ 、 $-\sqrt{3}-i$ 、 $1-\sqrt{3}i$	
C.(1) -1、$\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ 、$-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ 、$-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ 、$\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$		C.(2) $\frac{5\sqrt{3}}{4}$
D. $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$	E. 999	F. $\frac{28}{5}$
G.(1) $\frac{17}{3}$	G.(2) $\frac{35}{9}$	G.(3) $\frac{\sqrt{35}}{3}$
H. 100	I. 236	